Структура орбит в ядрах галактик и «кормление» сверхмассивных чёрных дыр

Евгений Васильев (ФИАН)

&

David Merritt (RIT)

Семинар ГАИШ, 21.04.2010

План доклада

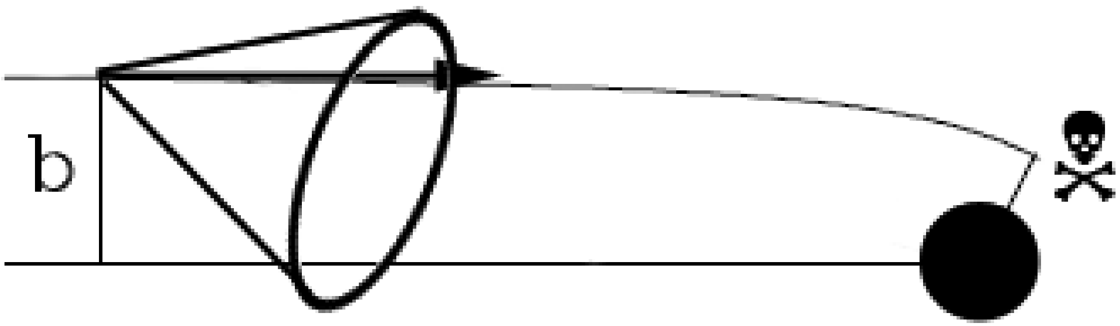
- Орбитально-усреднённый подход для описания движения в поле центральной чёрной дыры
- Структура орбит в ядерных звёздных скоплениях
- Пирамидные орбиты и их роль в потоке звёзд в чёрную дыру

Чёрные дыры и конус потерь

Чёрная дыра захватывает или разрушает звёзды, угловой момент которых меньше критического:

$$L^2 < L_\bullet^2 = \max(\frac{4GM_\bullet}{c}, GM_\bullet r_t) ,$$

(здесь $r_t = r_\star \left(\frac{M_\bullet}{M_\star}\right)^{1/3}$ – радиус приливного разрушения).
Область фазового пространства $L < L_\bullet$ называют "конусом потерь".



Модель ядерного звёздного скопления
(Nuclear stellar cluster)

Потенциал:

$$\Phi(\overrightarrow{r}) = -\frac{GM_{bh}}{r} + \Phi_s\left(\frac{r}{r_0}\right)^{2-\gamma} + 2\pi G\,\rho_t(T_x x^2 + T_y y^2 + T_z z^2)$$

Black hole

Triaxial harmonic core

Spherical cusp

Коэффициенты трёхосности: $\epsilon_b = T_y/T_x - 1\,,\ \epsilon_c = T_z/T_x - 1.$

Мы рассматриваем орбиты внутри радиуса влияния чёрной дыры r_{bh}: $M_*(r_{bh}) = 2M_{bh}$

Движение – кеплеровское с малым возмущением

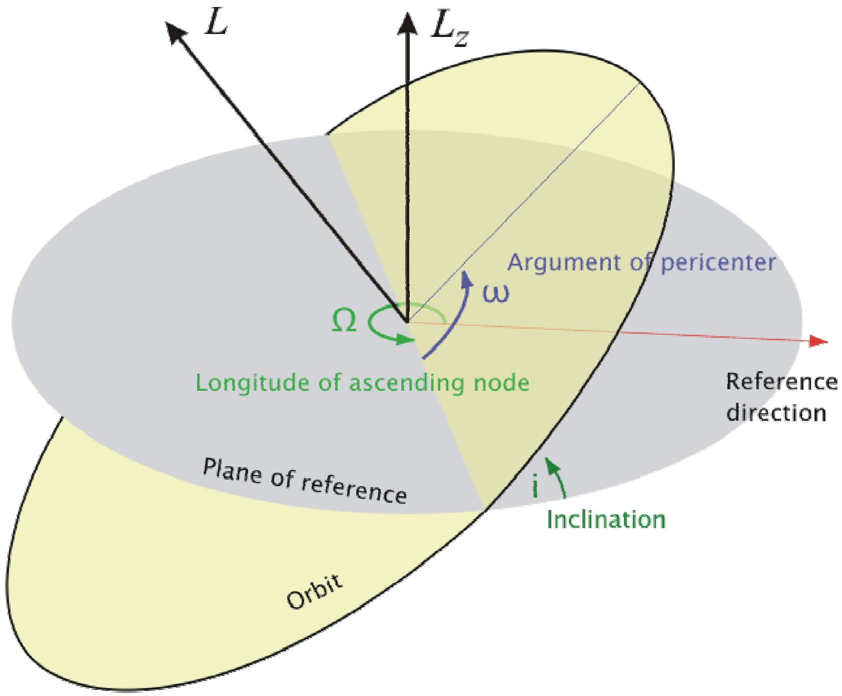
Прецессия орбит в возмущённом Кеплеровском потенциале (орбитально-усреднённый подход)

Переменные Делоне:
радиальное действие $I = (GM_\bullet a)^{1/2}$, момент L и его проекция L_z на ось z – действия,
σ (средняя аномалия), ω (аргумент перицентра) и Ω (долгота восходящего узла) – углы.

Гамильтониан в новых переменных:

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2}\left(\frac{GM_\bullet}{I}\right)^2 + \Phi(I, L, L_z, \sigma, \omega, \Omega)$$

Для невозмущённой задачи 5 из 6 переменных являются константами, а σ линейно растёт со временем.



Радиальное движение является «быстрым», и по нему можно усреднить Φ

Прецессия орбит в возмущённом Кеплеровском потенциале (орбитально-усреднённый подход)

Радиальное действие является адиабатическим инвариантом, т.е. сохраняется. Следовательно, усреднённый возмущающий потенциал тоже является интегралом движения (эффективным гамильтонианом системы H).

Вводим безразмерные переменные $\ell = L/I \in [0..1]$ и $\ell_z = L_z/I \in [0..\ell]$;
тогда $\cos i \equiv \ell_z/\ell$, и эксцентриситет $e^2 = 1 - \ell^2$.

Безразмерное время $\tau = \nu_p t$, где ν_p – характерная скорость прецессии перицентра.

$\nu_p(a) \simeq \nu_r(a)\dfrac{M_\star(a)}{M_\bullet}$ – гораздо меньше радиальной частоты, если $a \ll r_{bh}$.

Безразмерный гамильтониан записывается в виде

$$
\begin{aligned}
H &= -\frac{3}{2}\ell^2 + \epsilon_b H_b + \epsilon_c H_c \\
H_b &\equiv \tfrac{1}{2}\left[(5-4\ell^2)(\cos\omega\sin\Omega + \cos i\cos\Omega\sin\omega)^2 + \ell^2(\sin\omega\sin\Omega - \cos i\cos\Omega\cos\omega)^2\right] \\
H_c &\equiv \tfrac{1}{4}(1-\cos i^2)[5 - 3\ell^2 - 5(1-\ell^2)\cos 2\omega]
\end{aligned}
$$

Уравнения движения: $\dfrac{d\ell}{d\tau} = -\dfrac{\partial H}{\partial\omega}\,, \quad \dfrac{d\omega}{d\tau} = \dfrac{\partial H}{\partial\ell}\,, \quad \dfrac{d\ell_z}{d\tau} = -\dfrac{\partial H}{\partial\Omega}\,, \quad \dfrac{d\Omega}{d\tau} = \dfrac{\partial H}{\partial\ell_z}$

Прецессия орбит в возмущённом Кеплеровском потенциале (орбитально-усреднённый подход)

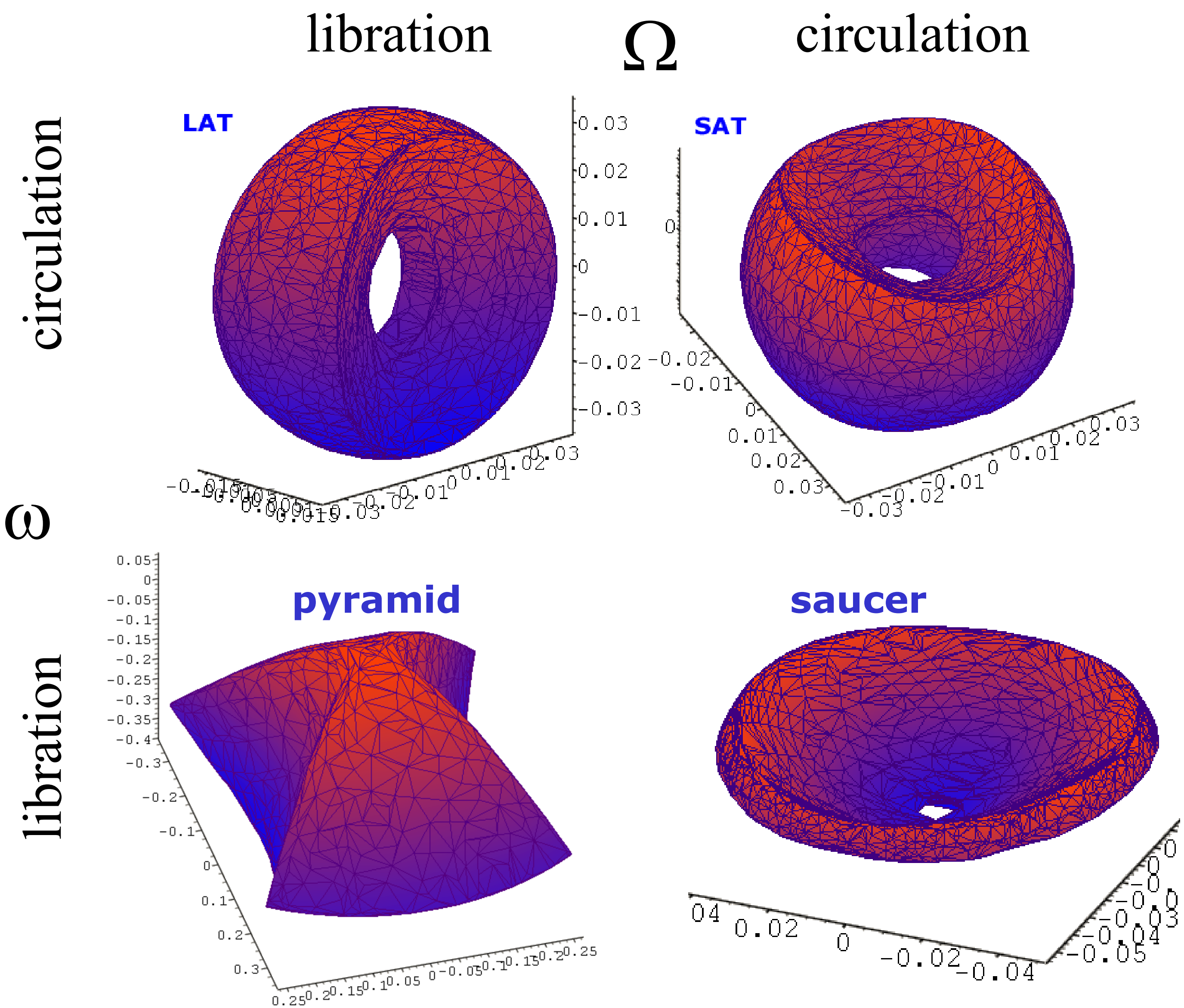
$$H = -\frac{3}{2}\ell^2 + \epsilon_b H_b + \epsilon_c H_c$$

Скорость прецессии перицентра: $\dot{\omega} = -\dfrac{\partial H}{\partial \ell} \approx 3\ell$.

Скорость изменения плоскости орбиты: $\propto \epsilon$.

- на малых временах ($T \sim \nu_r^{-1}$) орбита выглядит как кеплеровский эллипс;
- на промежуточных временах ($T \sim \nu_p^{-1}$) – как плоское кольцо;
- на больших временах ($T \gtrsim (\epsilon\nu_p)^{-1}$) – как трёхмерный «прямоугольный тор».

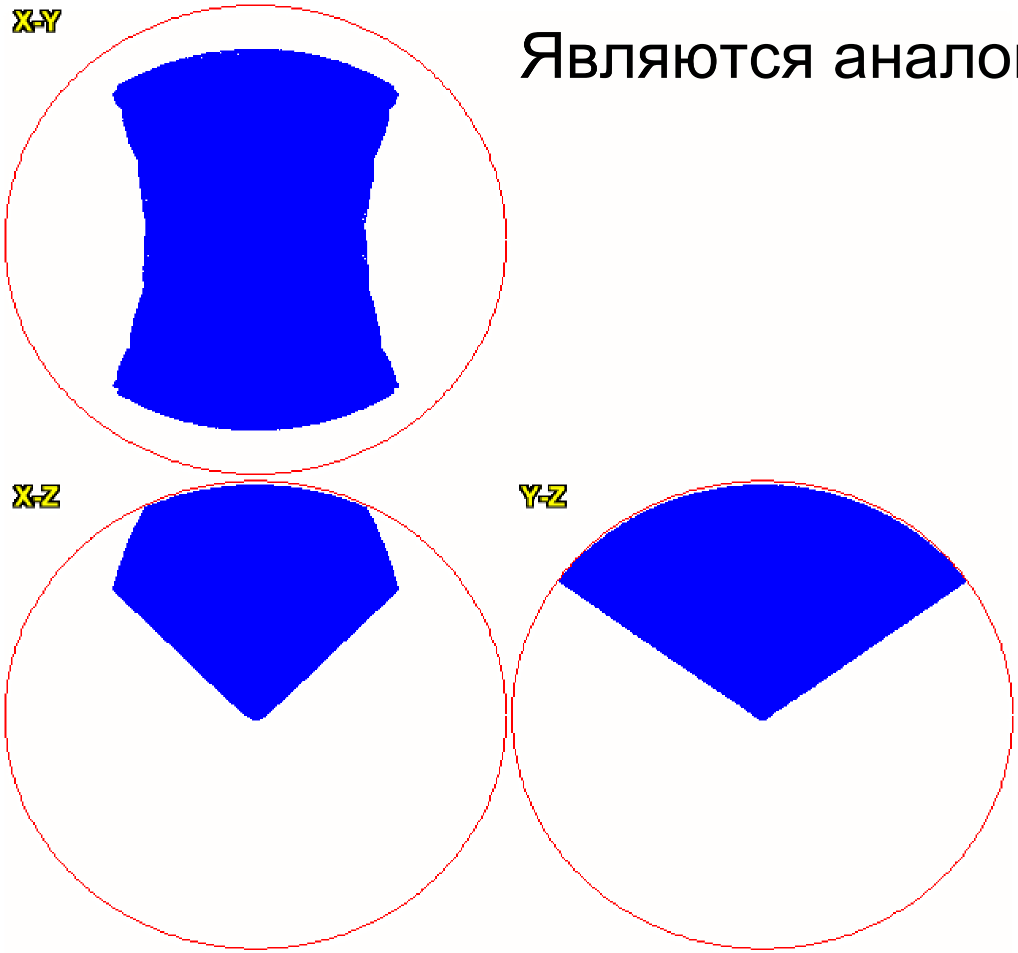
Четыре типа орбит в трёхосных ядрах галактик



Пирамидные орбиты

образованы прецессирующими кеплеровскими эллипсами при наличии **трёхосного** возмущающего потенциала

Являются аналогами box orbits в регулярных трёхосных потенциалах



Орбитально-усреднённый подход для орбит с высоким эксцентриситетом

Нас интересуют орбиты с малым угловым моментом ($\ell \ll 1$, $e \lesssim 1$).
Пренебрегаем всеми членами выше второго порядка по ℓ.
Удобно перейти от переменных Делоне к единичному вектору в направлении вектора эксцентриситета (Лапласа-Рунге-Ленца):

$$\begin{aligned} e_x &= \cos\omega\,\cos\Omega - \sin\omega\,\cos i\,\sin\Omega \\ e_y &= \sin\omega\,\cos i\,\cos\Omega + \cos\omega\,\sin\Omega \\ e_z &= \sin\omega\,\sin i \end{aligned}$$

Тогда гамильтониан принимает простой вид:

$$H = -\frac{3}{2}\ell^2 + \frac{5}{2}\left[\epsilon_c - \epsilon_c e_x^2 - (\epsilon_c - \epsilon_b) e_y^2\right]$$

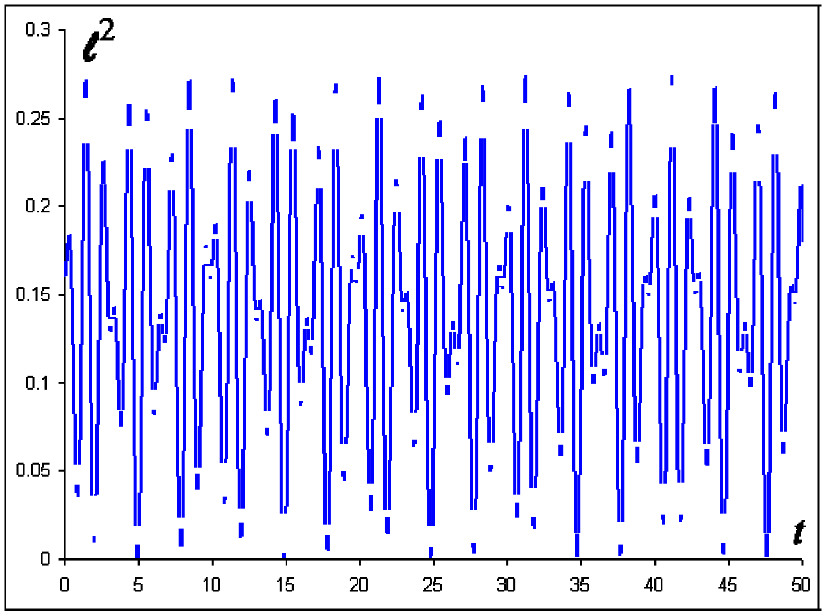
e_x, e_y прямо связаны с физическими
x, y координатами апоцентра орбиты

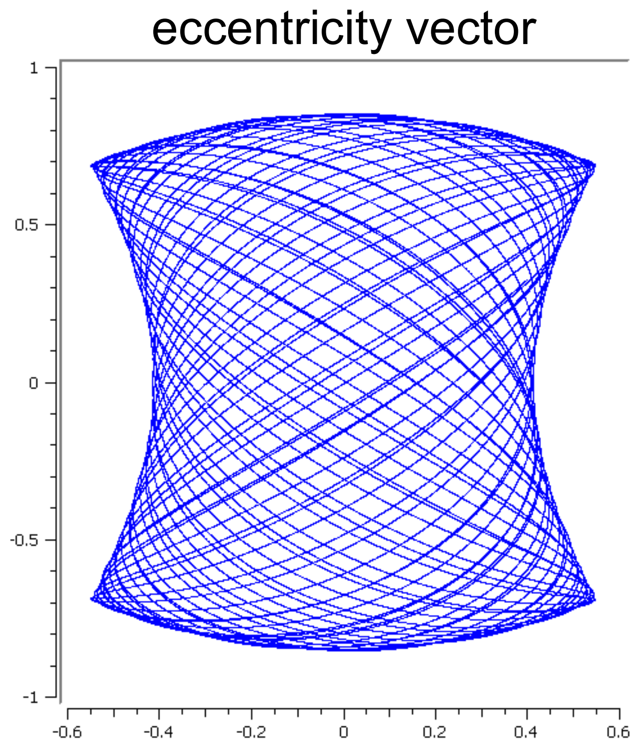
Уравнения движения имеют вид двух связанных нелинейных осцилляторов.

В пределе $e_x, e_y \ll 1$ имеем независимые гармонические осцилляторы с частотами $\nu_x^{(0)} = \sqrt{15\epsilon_c}$, $\nu_y^{(0)} = \sqrt{15(\epsilon_c - \epsilon_b)}$.

Если частоты несоизмеримы, то вектор эксцентриситета заполняет прямоугольную область.

Т.к. $\ell^2 = \frac{1}{3}(5\epsilon_c - 2H - \epsilon_c e_x^2 - (\epsilon_c - \epsilon_b)e_y^2)$, то в "углах" области ℓ^2 может быть сколь угодно близко к нулю.





Эффекты ОТО

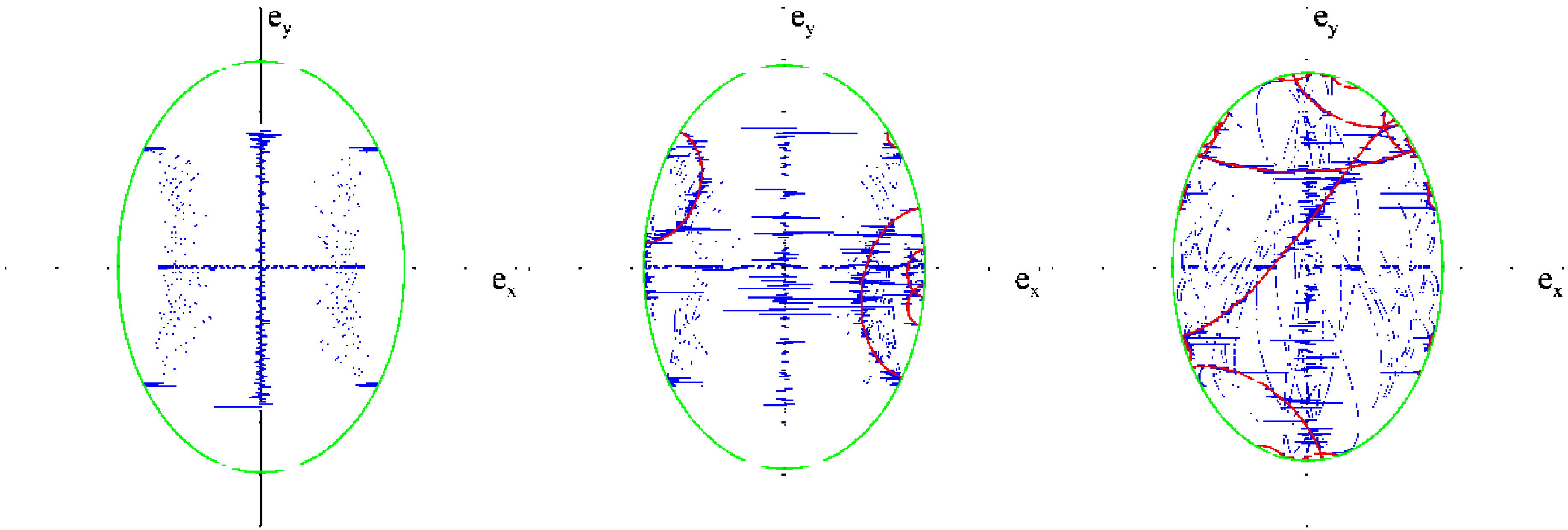
Главный пост-ньютоновский эффект – прецессия перицентра:

усреднённая частота $\nu_{PN} = \nu_r \dfrac{3GM_\bullet}{c^2 a \ell^2}$

Уточнённый гамильтониан: $H = -\dfrac{3}{2}\ell^2 + \epsilon_b H_b + \epsilon_c H_c - \dfrac{\kappa}{\ell}$

важно для орбит с малым l

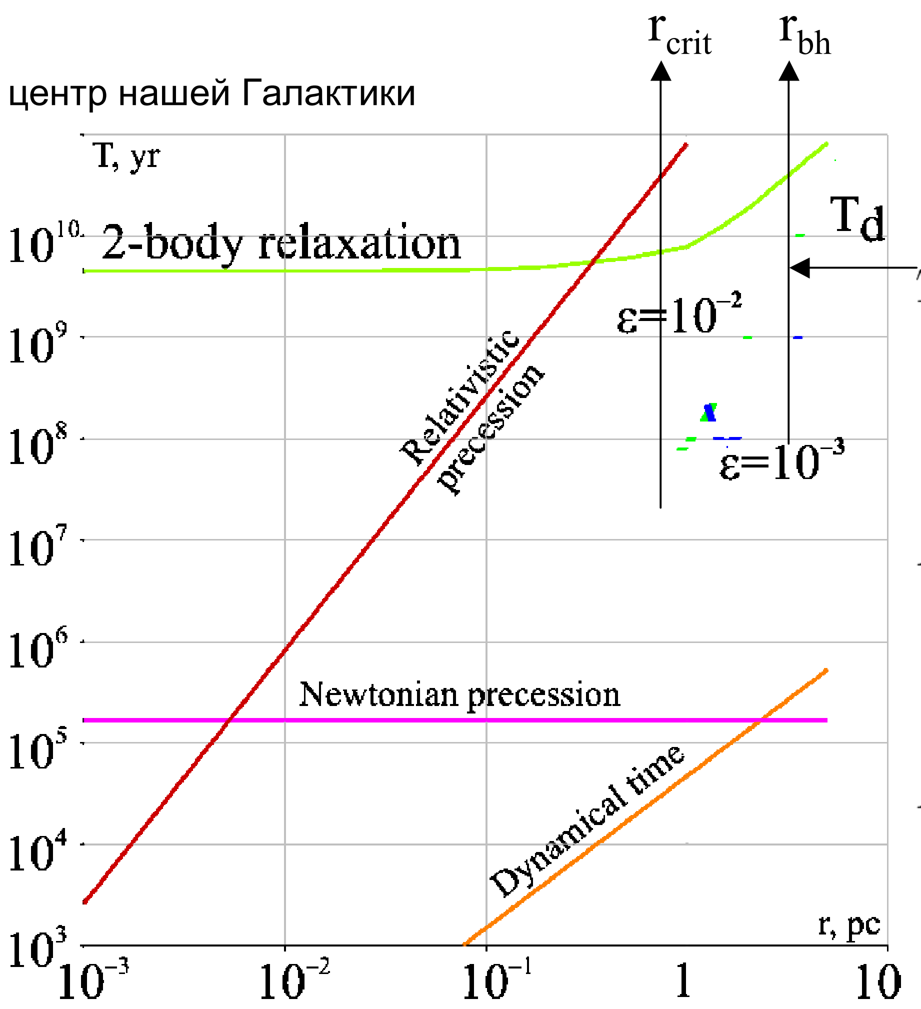
они становятся хаотическими и получают ограничение снизу на l



увеличение κ

Характерные масштабы и времена

центр нашей Галактики



радиус, начиная с которого эффекты ОТО не мешают поглощению звёзд

$$r_{crit} \simeq r_{bh} \left(\frac{\sigma}{c\,\epsilon}\right)^{2/7} \sim (0.2-0.7) r_{bh}$$

хар. время жизни пирамидных орбит

$$T_d(r_{bh}) \simeq 3\times 10^{10}\ \text{лет} \times \epsilon \left(\frac{M_{bh}}{10^9\,M_\odot}\right)^{-1/4}$$

темп захвата с пирамидных орбит

$$\dot{M}_{pyr} \simeq 3\times 10^{-3}\,M_\odot/\text{год} \times \left(\frac{M_{bh}}{10^8\,M_\odot}\right)^{5/4}$$

темп захвата за счёт парной релаксации

$$\dot{M}_{2body} \simeq 5\times 10^{-6}\,M_\odot/\text{год} \times \left(\frac{M_{bh}}{10^8\,M_\odot}\right)^{-1/4}$$

Заключение

- В орбитально-усреднённом подходе показано существование пирамидных орбит, которые могут попадать в «конус потерь» (область малых угловых моментов $l^2 < l_\bullet^2$) и захватываться чёрной дырой.
- эти орбиты существуют на расстояниях ~0.2—1 радиусов влияния чёрной дыры.
- характерное время жизни звёзд на пирамидных орбитах меньше Хаббловского (для нашей Галактики).
- темп захвата звёзд с таких орбит существенно превышает темп за счёт парной (столкновительной) релаксации.